De la Quadrature du Cercle.

Voici ce qu'on lit dans le Dictionnaire Encyclopédique, au mot quadrature. L'on peut sur ce sujet, avoir recours à l'ouvrage que Mr. Montucla a publié en 1754. sous le titre d'*histoire des recherches sur la quadrature du cercle*. On y trouvera un récit fidele, savant et raisonné des travaux des plus grands géomètres, sur cette matiere: Et on apprendra à se prémunir contre les promesses, les jactances et les inepties des quadrateurs.

Ce passage n'est pas encourageant et, sans doute, je m'expose à être traité d'ignorant rêveur de quadrature, sans qu'on daigne peut être m'écouter. Je commence donc par supplier qu'on mette à part toute prévention dans l'examen de mon travail: il est court, et la vérification des calculs sera l'affaire d'un moment.

Il ne m'est assurément jamais venu à la pensée de chercher la solution d'un pareil problême. Ce fut en m'occupant d'un petit ouvrage sur la Perspective qui est plus un art qu'une science, que cherchant dans l'hexa-gône un rapport dont j'avais besoin, je vins à songer aux différentes propriétés du cercle. Je ne pouvais me persuader qu'il n'y existât pas aussi une ligne géométrique, donnée par la nature de cette figure, propre à en mesurer la superficie. C'est dans cette idée que les hommes les plus savans de tous les pays ont fait tant d'efforts pour trouver cette ligne et résoudre le fameux problême de la Quadrature. Ils semblent depuis longtems, l'avoir abandonné et le regarder comme insoluble après tant de recherches infructueuses. Néanmoins on n'a pas démontré que la quadrature fut introuvable, parcequ'en effet, il y a dans le Cercle, nécessairement une corde qui, élevée au quarré, donnerait rigoureusement la mesure de sa superficie.

Comme le rapport du diamètre à la circonférence est irrationnel et incertain, on ne peut, par le calcul, connaître cette superficie qu'approximativement; sans cela, la racine quarrée du produit de la circonférence par la moitié du rayon serait la base d'un quarré égal au cercle; et l'on aurait sa quadrature, du moins arithmétiquement. Mais si cette base du quarré résultait d'une opération géométrique et certaine, elle serait, en rectifiant le calcul ordinaire et approximatif la véritable base du quarré cherché. C'est cette ligne que je crois avoir trouvée.

Le rapport admis et regardé par les Savans comme le plus approxi-matif, est celui de 100000. à 314159. avec un très petit reste qu'on néglige. Un Géomètre a calculé que le Diamètre étant 1. la Circonférence est plus grande que 3. 141. 592. 653. 589. 793. 238. 462. 643. 383. 879. 50. mais plus petite que ce même nombre, si l'on met l'unité pour dernier chiffre. J'ignore sur quoi ce calcul est basé.

166bis

Je n'ai vu nulle part qu'on ait mesuré la circonférence. Les Géomètres semblent avoir dédaigné cette opération matérielle que l'on pourrait faire avec une exactitude très approchante de la perfection et dont il eût été interressant de comparer le résultat avec celui du calcul.

On a peine à se persuader qu'il y ait une voie plus sûre de connaître la circonférence qu'en la mesurant. Ayant été à même de mesurer des cercles, sur des corps cylindriques de divers diamètres, de matières les plus dures, arrondis et polis par des moyens mécaniques, j'ai trouvé que le diamètre était à la circonférence comme 100. à $315\frac{1}{4}$ ou comme 100000. à 315250. Sauf un infiniment petit qu'il peut y avoir en plus ou en moins. Si je n'eusse trouvé avec le rapport admis jusqu'ici qu'une très petite différence, j'aurais tenu ce dernier pour préférable au mien et l'aurais pris pour base de mon calcul. Mais la différence sensible qu'il y a entre 314159. et 315250, m'a fait revenir à de fréquentes vérifications, et voyant qu'elles confirmaient les premières, je n'ai pu ne me pas rendre à l'évidence et me suis décidé à calculer sur ce rapport de 100000. à 315250.

Au reste on va voir que la ligne B.D (fig. 1re) supposé qu'elle ne passe pas exactement au point c donné par le calcul (ce que on ne peut ni nier, ni affirmer) s'en approche du moins tellement qu'elle doit rectifier la très petite inexactitude qu'il peut y avoir dans ma mesure de la circonférence et par conséquent dans les calculs que j'en déduis, en donnant (à part tout calcul) le point géométrique et certain.

Voici la marche que j'ai tenue. Après avoir multiplié la circonférence par la moitié du rayon, j'ai cherché par quelle portion du diamètre, il faudrait multiplier le diamètre entier, pour avoir un produit semblable: ce qui dispense de chercher la circonférence. Puis élevant au point c, une perpendiculaire au diamètre, j'ai eu le point E, et la moyenne proportion-nelle A.E, qui m'a donné numériquement aussi un produit semblable aux précédens.

J'ai fait ensuite bien des tentatives inutiles pour trouver des rapports de lignes, soit dans le cercle, soit hors du cercle, et obtenir un moyen géométrique de tracer la corde A.E, ou de couper le diamètre au point c. J'y avais souvent renoncé: Cependant, toujours préoccupé de l'idée qu'il devait être dans la nature du cercle de donner une ligne géométrique, propre à en mesurer la superficie, revenant encore à de nouveaux essais, je reconnus enfin que la ligne tirée du point B, par le point c jusqu'à la circonférence, en D, se trouvait être un côté du triangle équilatéral ~~B.E.D.~~ B.D.F. J'éprouvai je l'avoue, la surprise et la joie qu'on ressent à l'aspect d'une vérité dévoilée. Mais ce sentiment fut aussitôt tempéré par la défiance où l'on est toujours de soi même, surtout dans un cas semblable et aussi par la phrase précitée de l'Encyclopédie.

Ne pouvant, sur une opération aussi simple, aussi facile à retenir, consulter personne, sans livrer, peut être, le secret d'une découverte très importante, je me suis vu dans la singulière position de désirer et de me priver de l'avis de ceux qui auraient pû me confirmer dans mon idée ou m'en désabuser. Livré ainsi à moi seul, j'ai laissé mûrir la chose, l'envisageant sous toutes les faces. Enfin ayant eu pendant quatre mois, le loisir d'y revenir froidement, de vérifier, à plusieurs reprises, tout ce que j'avais fait, je persiste à croire que je ne m'abuse point et que j'ai rencontré juste.

Je vais exposer mes calculs

Le Diametre, divisé en 100. p.^{ies}, la circonf.^{ce} mesurée en $315\frac{1}{4}$ ou le Diam.^{tre} 1000 a, Circonf.^{ce} 31525.

Ou le Diametre étant ———————— 100000.

la Circonférence est ———————— 315250

qui, multipliée par la moitié du rayon ———— 25000

Produit ———————— 7881250000

Multipliant simplement le Diametre 1000, ou —— 100000

par la portion du diametre ——— $788\frac{1}{8}$, ou 78812,5

On a même produit ———————— 7881250000

La moyenne proportionelle A. E, sera ——— 88776,4

qui, élevée au quarré, prod.^{t} 7881224919696. ou ———— 7881250000

La concordance du calcul avec la figure, correctement tracée, semble ne par laisser lieu de douter que l'intersection d'un des cotés du triangle équilatéral avec le diametre, en c, ne soit le point voulu par la nature du cercle, d'où dérive géométriquement la solution du Problême: Et si l'on est porté à penser que, de la combinaison des deux plus belles propriétés du cercle, il en puisse naître une troisième, c'est-à-dire la ligne qui mesure rigoureusement sa superficie: si l'on considère ensuite qu'un seul coté du triangle suffit pour l'opération géométrique; Et qu'ainsi elle se réduit à deux lignes, b.d — c.e, (fig. 2.) à cette remarquable simplicité, ne faut-il pas reconnaître la marche de la nature procédant en tout par les voies les plus simples./.

Epreuves par le poids

J'ai pris plusieurs feuilles de fort papier, j'ai taillé dans chacune le cercle et le quarré; puis en ayant fait de petits rouleaux noués avec des fils ~~de soie~~ d'égale longueur, je les ai mis successivement dans les plateaux d'une petite balance très fine. A la 1.re épreuve le quarré emporta le cercle, à la 2.me le cercle emportait le quarré. Ensuite avec du papier d'une plus belle qualité ces épreuves eurent plus de succès.

Enfin j'ai employé du très beau vélin, et sur les ~~deux~~ trois premières épreuves, j'eus la satisfaction d'en voir deux réussir parfaitement ~~il en fut de même des trois segmens du cercle mis en balance contre l'échancrure ou portion du quarré qui se trouve en dehors du cercle (fig. 1. & 2.)~~ Mais j'ai pensé qu'il fallait une série d'expériences de ce genre. Je les ai donc répétées : j'en envoye huit, numérotées pour ne pas les confondre. On remarquera, à chaque couple, composé du cercle et de son quarré, que le papier, à l'oeil et à la main, paraît en effet d'une pâte très égale.

Cette parfaite égalité, pour le succès de l'~~opération~~ l'expérience, est assez difficile à rencontrer. une différence imperceptible à l'~~oeil~~ la vue et au toucher se fait aussitôt sentir dans la balance.

~~Il faut tailler les deux figures dans une même feuille, après l'avoir bien examinée ; encore arrive-t-il qu'il y ait inégalité d'épaisseur dans l'étendue d'une même feuille.~~

Quant à la manière de tracer, comme l'opération est très simple, on la peut faire avec assez de perfection, en ~~ne se servant~~ n'employant ni crayon, ni de plume, ~~ni de crayon~~ ; mais en se servant afin d'avoir des lignes sans largeur, d'une pointe d'acier et d'un compas de même à pointes sèches, qu'on arme ensuite d'une lame tranchante et bien fixée pour tailler la circonférence, ainsi que je l'ai pratiqué.

A Paris où l'on a tous les moyens très perfectionnés ce genre d'épreuve pourrait, ~~sans doute~~ se faire mieux et plus surement que je ne l'ai pu, manquant de ces moyens. ~~Ce que~~ je ne présente celles ci que comme un ~~n'est qu'un~~ auxiliaire ~~de~~ à l'appui de l'opération géométrique Mais de ~~semblables expériences~~, faites avec une perfection non douteuse, elles acquereraient ce me semble force de preuve incontestable. /.

22 Juillet 1823.

De la Quadrature du Cercle

Voici ce qu'on lit dans le Dictionnaire Encyclopédique, au mot Quadrature.
„ L'on peut, sur ce sujet, avoir recours à l'ouvrage que Mr. Montucla a publié
„ en 1754. sous le titre d'Histoire des recherches sur la quadrature du cercle:
„ On y trouvera un recit fidele, savant et raisonné des travaux des plus grands
„ Géomètres, sur cette matière, et on apprendra à se prémunir contre les promesses
„ les jactances et les inepties des quadrateurs.

Ce passage n'est pas encourageant, et sans doute je m'expose à être traité d'ignorant rêveur de quadrature, sans qu'on daigne peut être m'écouter. Je commence donc par supplier qu'on mette à part toute prévention dans l'examen de mon travail: il est court, et la vérification des calculs sera l'affaire d'un moment.

Il ne m'est assurément jamais venu à la pensée de chercher la solution d'un pareil problême. Ce fût, en m'occupant d'un petit ouvrage sur la Perspective qui est plus un art qu'une science, que cherchant dans l'hexagone un rapport dont j'avois besoin, je vins à songer aux différentes propriétés du cercle. Je ne pouvois me persuader qu'il n'y existât pas aussi une ligne géométrique, donnée par la nature de cette figure, propre à en mesurer la superficie. C'est dans cette idée que les hommes les plus savans de tous les pays ont fait tant d'efforts pour trouver cette ligne et résoudre le fameux problême de la quadrature. Ils semblent, depuis longtems, l'avoir abandonné et le regarder comme insoluble après tant de recherches infructueuses. Néanmoins on n'a pas démontré que la quadrature fût introuvable parce qu'en effet, il y a dans le cercle nécessairement une corde qui, elevée au quarré, donnerait rigoureusement la mesure de sa superficie.

Comme le rapport du diamètre à la circonférence est irrationel et incertain, on ne peut, par le calcul, connaître cette superficie qu'approximativement; sans cela, la racine quarrée du produit de la circonférence par la moitié du rayon, serait la base d'un quarré égal au cercle: et l'on aurait sa quadrature, du moins arithmétiquement. Mais si cette base du quarré résultait d'une opération géométrique et certaine, elle serait, en rectifiant le calcul ordinaire et approximatif, la véritable base du quarré cherché. C'est cette ligne que je crois avoir trouvée.

Le rapport admis et regardé par les savans comme le plus approximatif est celui de 100000. à 314159. avec un très petit reste qu'on néglige.

Un Géomètre a calculé que le diamètre étant 1, la circonférence est plus grande que 3. 141. 592. 653. 589. 793. 238. 462. 643. 383. 879. 50. mais plus petite que ce même nombre, si l'on met seulement l'unité pour dernier chiffre. J'ignore sur quoi ce calcul est basé.

168bis

Je n'ai vu nulle part qu'on ait mesuré la circonférence : les géomètres semblent avoir dédaigné cette opération matérielle que l'on pourrait faire avec une exactitude très approchante de la perfection et dont il eut été interressant de comparer le résultat avec celui du calcul.

On a peine à se persuader qu'il y ait une voie plus sûre de connaître la circonférence qu'en la mesurant. Ayant été à même de mesurer des cercles sur des corps cylindriques de divers diamètres, de matières les plus dures, arrondis et polis par des moyens mechaniques, j'ai trouvé que le diamètre était à la circonférence comme 100. à 315 $\frac{1}{4}$ ou comme 100000. à 315250. sauf un infiniment petit qu'il peut y avoir en plus ou en moins.

Si je n'eusse trouvé avec le rapport admis jusqu'ici qu'une très petite différence, j'aurais tenu ce dernier pour préférable au mien et l'aurais pris pour base de mon calcul. Mais la différence sensible qu'il y a entre 314159. & 315250., m'a fait revenir à de fréquentes vérifications : En voyant qu'elles confirmaient les premières, je n'ai pu ne me pas rendre à l'évidence et me suis décidé à calculer sur ce rapport de 100000, à 315250.

Au reste on va voir que la ligne B.D (fig. 1re) supposé qu'elle ne passe pas exactement au point c, donné par le calcul, (ce qu'on ne peut ni nier, ni affirmer) s'en approche du moins tellement, qu'elle doit rectifier la très petite inexactitude qu'il peut y avoir dans ma mesure de la circonférence et par conséquent dans les calculs que j'en deduis, en donnant (à part tout calcul) le point géometrique et certain

Voici la marche que j'ai tenue. Après avoir multiplié la circonférence par la moitié du rayon, j'ai cherché par quelle portion du diamètre, il faudroit multiplier le diamètre entier pour avoir un produit semblable ; ce qui dispense de chercher la circonférence. Puis, élevant au point c, une perpendiculaire au diamètre, j'ai eu le point E, et la moyenne-proportionnelle A.E, qui m'a donné, numériquement aussi un produit semblable aux précédens.

J'ai fait ensuite bien des tentatives inutiles pour trouver des rapports de lignes, soit dans le cercle, soit hors du cercle, et obtenir un moyen géométrique de tracer la corde A.E, ou de couper le diamètre au point c. j'y avais souvent renoncé. Cependant toujours préoccupé de l'idée qu'il devait être dans la nature du cercle de donner une ligne géométrique propre à en mesurer la superficie, revenant encore à de nouveaux essais, je reconnus enfin que la ligne tirée du point B par le point c, jusqu'à la circonférence, en D, se trouvoit être un coté du triangle équilatéral B.D.F.

J'éprouvai, je l'avoue, la surprise et la joie qu'on ressent à l'aspect d'une vérité dévoilée mais ce sentiment fut aussitôt tempéré par la défiance où l'on est toujours de soi-même, surtout dans un cas semblable, et aussi par la phrase précitée de l'Encyclopédie.

Ne pouvant, sur une opération aussi simple, aussi facile à retenir, consulter personne, sans livrer peut-être le secret d'une découverte très importante, je me suis vu dans la singulière position de désirer et de me priver de l'avis de ceux qui auraient pu me confirmer dans mon idée ou m'en désabuser. Livré ainsi à moi seul, j'ai laissé mûrir la chose, l'envisageant sous toutes les faces. Enfin ayant eu, pendant 4 mois, le loisir d'y revenir froidement, de vérifier tout ce que j'avais fait, je persiste à croire que je ne m'abuse point et que j'ai rencontré juste.

Je vais exposer mes calculs

Le diametre, divisé en 100. p.^{es}, la circonf.^{ce} mesurée est $315\frac{1}{4}$. ou diam.^{tre} 10000. Circonf.^{ce} 31525.

Ou le Diamètre étant ————	100000.	
La Circonférence est ————	315250.	
qui multipliée par moitié du rayon ————	25000.	Prod.^{t} 788125.0000
Multiplians simplement le diamètre 1000. ou	100000.	
par la portion du diametre ——— $788\frac{1}{8}$ ou	78812.5.	Prod.^{t} 788125.0000
La moyenne proportionelle A.E, aurait ———	88776.4	
qui élevée au quarré, prod.^{t} 788124919696. ou ————		Prod.^{t} 788125.0000.

La concordance du calcul avec la figure, correctement tracée, semble ne pas laisser lieu de douter que l'intersection d'un des côtés du triangle équilatéral avec le diamètre, en c, ne soit le point voulu par la nature du cercle d'où dérive géométriquement la solution du problême. Le Silence est porté à penser que, de la combinaison des deux plus belles propriétés du cercle, il en puisse naître une troisieme, savoir la ligne qui mesure rigoureusement sa superficie. Si l'on considère ensuite qu'un seul côté du triangle suffit pour l'opération géométrique; et qu'ainsi elle se réduit à deux lignes b.d, & c.e. (fig. 2) à cette remarquable simplicité ne faut-il pas reconnaître la marche de la Nature procédant en tout par les voies les plus simples./.

Rome le 22. Juillet 1823.

Allais

Secrétaire de l'académie R.^{le} de France à Rome de lignes, soit dans le cercle, soit hors du cercle, et ~~trouver~~ obtenir un moyen geometrique de tracer la corde ~~a.~~ b.d ou de couper le diametre, au point ~~e~~ c, comme l'auquel avait donné ~~par~~ le calcul. J'y avais souvent renoncé; mais toujours préoccupé de la même idée, qu'il devait être dans la nature du cercle de donner une ligne propre à mesurer sa superficie, revenant de tems en tems à de nouveaux essais, je m'avisai enfin de faire passer une ligne, du point ~~E~~ b (~~fig. 2~~) par le point c jusqu'à la circonference, en ~~F~~ d, et je reconnus bientot que cette autre corde ~~E.F~~ b.d, se trouvait être un des cotés du Triangle equilateral ~~E.F.G~~ b d e

J'éprouvai, je l'avoue, la surprise et la joie qu'on ressent à l'aspect d'une vérité dévoilée. Mais ce sentiment fut aussitôt tempéré par la défiance où l'on est toujours de soi-même, surtout dans un cas semblable, et aussi par la phrase précitée de l'Encicolpédie. ~~Ne pouvant~~ comme je ne pouvois sur une operation ~~aussi facile~~ aussi simple à retenir, consulter ~~aucun~~ ~~les géomètres~~ personne, sans livrer peut-être le secret d'une découverte très importante, je me suis vu et par conséquent ~~et~~ dans la singulière position de désirer et de me priver de l'avis des personnes plus éclairées que moi forcé de rester dans le doute, d'attendre et de laisser murir la chose.

Ayant eu depuis ~~le 22 février~~ 4 mois de l'envisager sous tous les aspects, le loisir d'y revenir froidement, de vérifier de nouveau tout ce que j'avais fait, je persiste à croire, après ~~un~~ ~~ce~~ a long examen, que je ne m'abuse point et que j'ai rencontré juste.

Je vais exposer mes calculs.

Le diamètre étant divisé en 100. parties, la circonference mesurée est de 315. $\frac{55}{100}$, ou le diametre étant ——— 100000

la circonférence est ——— 315550.

Si on la multiplie par la moitié du rayon ... 25000.

le produit est ——— 788875~~0000~~.

Si on multiplie simplement le diametre ——— 100000

par la portion du diametre 78887,50

On a même produit ——— 7,888750~~,000~~

La moyenne proportionelle auroit ——— 88818,65

qui elevés au quarré, produisent 7888,875,2587.8225 ——— ou 7,888752,5~~8~~7.

Le quel dernier produit peut etre consideré, vû le nombre des décimales, comme égal aux deux précedens.

Cette concordance du calcul avec l'opération géométrique, très correctement tracée, ne permet guère de douter que l'intersection du diametre avec le coté du triangle, ne soit le point ~~nécessaire~~ voulu par la nature du cercle nécessaire d'où dérive geometriquement la solution du probleme. Et si ~~c'est une~~ ~~chose naturelle~~ l'on est induit à penser que de la combinaison ~~des~~ de ses deux plus belles propriétés ~~du cercle~~, il en puisse naitre une troisieme, c'est à dire la ligne qui mesure sa superficie, si l'on considère ensuite que l'opération (fig. 3) se réduit à deux lignes, à cette remarquable simplicité ne faut-il pas reconnaitre la marche de la nature procédant en tout par les voies les plus simples ./.

170bis

Epreuves par le poids

J'ai choisi plusieurs feuilles d'~~assez~~ de grand et fort papier ~~de différentes formes et qualités~~. J'ai taillé dans chaque feuille le cercle et le quarré ~~avec tout le soin possible~~, puis les ayant pliés de manière à les réduire à un petit volume, je les ai mis successivement dans les plateaux d'une petite balance très fine.

A la 1re épreuve le quarré emporta le cercle, à la 2me le cercle emportoit le carré. Ensuite, avec un papier d'une plus belle qualité que les précédents, ils étoient presque en équilibre. Enfin j'ai employé du très beau vélin d'angleterre; et sur les trois épreuves semblables, deux ont parfaitement réussi.

Il faut deux conditions, égalité parfaite dans la matière, justesse rigoureuse dans l'opération: deux choses dont on ne saurait ~~peut pas~~ répondre absolument. Si ces premières épreuves ~~expériences~~ ~~ne sont pas~~ ne peuvent pas être d'ailleurs comme suffisamment concluantes elles m'ont du moins ~~cependant~~ singulièrement satisfait.

Nota. Il m'est tout récemment tombé dans les mains un petit ouvrage intitulé

Nuovo trattato sulla vera rettificazione del circolo misurato esattamente col diametro &c. da Gaetano Marchetti Tomassi

Edizione seconda. In Foligno 1817.

L'auteur donne ~~une~~ le dessin d'une Machine de son invention pour mesurer le Cercle la circonférence.

~~Il m'a été difficile de le suivre dans sa description, accompagnée de figures aussi grossièrement faites qu'on puisse l'imaginer, et qui n'ont pas me faciliter l'intelligence du texte. Mais enfin le résultat~~ qu'il donne ~~(page 31)~~ de ses calculs et de ~~sa~~ l'opération ~~ou que~~ faite au moyen de ~~la~~ cette machine résulte

(page 31) est que Le diamètre ~~étant~~ divisé en ——————— 3081227315313680.

La circonférence seroit de ——————— 9738624568259473.

J'ai comparé ce rapport avec le mien. En opérant sur les six premiers chiffres, j'ai trouvé que 100000 : 315550 :: 308122 : 972279.

D'où il s'ensuit que le rapport donné par l'auteur de cet ouvrage seroit un peu plus fort que le mien, ~~mais qu'il s'en rapprocheroit, eu égard au égard petit excédent que j'ai trouvé à mon 2me terme 315550, et dont je n'ai pas tenu compte~~ —

Le rapport du diamètre à la circonférence, universellement reconnu par les savans comme le plus approximatif, est celui de 100,000
à . . . . 314,159,2653 &c. &c.
L'on a poussé le calcul jusqu'à un grand nombre de décimales: ce qui veut dire que les trois ~~premiers~~ 159 sont trop faibles et que 160 seroit trop fort.
Nous nous bornerons ici à six chiffres, ainsi
le Diamètre étant 100000
et la Circonférence 314159
~~[illegible]~~ multipliée par le quart du diamet. . . . 25000 Produit 7853975,000

Si on multiplie le diamètre 100000
par la portion de lui même . . . . 78539,50 mêmeProd. 7853975,000

La Racine quarrée seroit 88622,66 . . Prod. 7853975,865,4756

On peut déduire de ces Calculs que un quarré circonscrit au Cercle, et ayant ses côtés divisés en 1000. parties, contenant par conséquent, en superficie 1000000
le Cercle inscrit en auroit 785397,5

Autrement. Le quarré de 100. parties de côté, ayant 10000. de superficie, le cercle inscrit en auroit 785,3975
Ou, plus simplement encore, le côté du quarré divisé en 10. parties la superficie sera 100. Et celle du Cercle . . . . $78,\frac{54}{100}$ environ

En substituant ici la fraction $\frac{54}{100}$ à celle $\frac{53975}{100000}$, on se rapproche de plus d'exactitude qu'auroi~~ent~~ donné les calculs précédens si, dans le rapport de la Circonférence au diamètre, on eut embrassé un plus grand nombre de decimales. Ce que nous allons faire pour montrer le peu de différence que quatre décimales de plus apportent dans le~~s~~ produit~~s~~.
Ainsi, la circonférence étant 314,159,2653
multipliée par le quart du diamètre . . . . = 25,000 . . . Prod. 7853981532500

Le Diamètre . . . . 100000 id. 7853981532500
multiplié par la portion de lui même . . . 78539,815325. Prod. ~~785398~~
La Racine quarrée, seroit . . . . 88622,69 . . . Prod. 7853981118283 61.
Racine très approximative puisque son quarré est exact jusqu'au 7.me chiffre
En retranchant des decimales, un quarré dont les côtés seroient divisés en 1000. parties auroit en superf. 1,000,000
Et le cercle inscrit . . . . 785,398,15325.
Un quarré divisé en 100. parties . ~~ainsi~~ 10000
Et le cercle inscrit 7853,98
~~Plus simplement~~ enfin, le côté du quarré étant divisé en 10. parties la superficie sera 100. Et celle du Cercle . . . . $78.\frac{54}{100}$.

Le Diametre étant 1.00,0.000,0.000, la Circonf.^{ce} 3.14,1.59,2.653.
multipliée par le quart du diametre 25,0.00,0.000. Prod.^{t} 78,539,816,325,000

Le diametre ———————— 1.000.000.000.
multiplié par la portion de lui même ——— 785.398.15325. P.^{t} 785398163250000

Ainsi, ~~la~~ retranchant les decimales, un quarré dont les cotés seroient divisés en 1000 parties, ayant, en superficie 1,000,000.
le cercle inscrit en auroit ———————— 785,398,15325.

Oubien, un Quarré dont les cotés seroient divisés en 100. parties
ayant de superficie ———————— 10,000
le Cercle inscrit en auroit ———————— 7853,98 . . . .

Ou, enfin le coté du quarré étant divisé en 10. p.^{ies}, sa superficie sera 100
Et le cercle inscrit ———————— 78,54.
La fraction $\frac{54}{100}$ est de deux ~~Di~~ cent millièmes plus forte que $\frac{5398}{10000}$
Mais celle ci est trop foible puisqu'on a abandonné les cinq decimales qui la suivent au produit précedent, indépendament de celles qui dans le rapport du diametre à la Circonférence, viennent après les dix chiffres 3141592653. Ainsi donc la fraction $\frac{54}{100}$ doit être considerée comme ~~infiniment~~ approximative